

ВЫХОДИТ РАЗ В ДВЕ НЕДЕЛИ

Рекомендуемая розничная цена: 279 руб.

Розничная цена: 49,90 грн, 990 тенге

# занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ **DeAGOSTINI**

11

Манкала



ISSN 2225-1782

00011



9 772225 178772

**DeAGOSTINI**

# занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ **DEAGOSTINI**

## В этом выпуске:

### Математическая вселенная

**Наука о неопределенности** Так ли уж слепа воля случая, как мы привыкли думать? Больше всех этот вопрос волновал любителей азартных игр, ставивших на кон свои деньги, честь, а иногда и саму жизнь. Именно от игроков исходил «социальный заказ» на разработку теории вероятностей — и он был выполнен. Были подсчитаны шансы на то, чтобы собрать «старшие руки» в покере, обыграть казино в ruletку, выкинуть в кости две «шестерки» и выиграть в «орлянку». Впрочем, теория вероятностей используется и в более полезных для общества целях — например, для расчета пенсий и страховых взносов, частоты судебных ошибок, терактов и катастроф.



### Блистательные умы

**Универсальный дух** В то непростое время — Великая французская революция, Наполеон, Реставрация — удержаться на плаву, занимать значительные должности и не попасть на гильотину мог только человек без всяких политических принципов. Именно в этом упрекали Пьера-Симона Лапласа, однако нас больше интересуют его заслуги. Лаплас совершил важнейшие открытия в самых разных областях науки, например, выяснил, что люди дышат кислородом, что туманности в небе — это другие галактики... При этом он последовательно воздерживался от использования гипотезы о существовании Бога, зато придумал всеведущего математического демона — демона Лапласа.



### Математика на каждый день

**Дактилоскопия торговли** Полосы штрих-кода могут сказать о продукте не меньше, чем отпечатки пальцев — о человеке. Эти таинственные черточки, похожие на древнеирландское огамическое письмо, содержат в себе информацию о стране-производителе (или импортере), предприятии и собственно изделии. Сканеры считывают ее мгновенно, а люди обычно даже и не задумываются о значении этих цифр.



### Математические задачки

**Запутанный рассказ** Очередная задача от классика литературы и математики — Льюиса Кэрролла. Помогите джентльменам, случайно сбросившим за борт мешки с чужими деньгами (а это были очень тяжелые, но малооцененные островные деньги), понять логику туземцев и подсчитать их убытки. А заодно потренируйтесь в произношении топонимов.



### Головоломки

**Манкала** Перед вами древняя африканская игра — манкала. Точнее говоря, это огромное семейство головоломок, широко распространенных в странах Азии и Африки. В играх манкала можно сеять зерно и захватывать «дома» противника, обрекать его на «голод» или расставлять ловушки. В общем, в этой игре, как и во всякой игре с нулевой суммой, царит закон джунглей.



**«ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ»**  
Издание выходит раз в две недели  
Выпуск № 11, 2012  
РОССИЯ

ИЗДАТЕЛЬ, УЧРЕДИТЕЛЬ, РЕДАКЦИЯ:  
ООО «Де Агостини», Россия  
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 105 066, г. Москва,  
ул. Александра Лукьянова, д.3, стр.1  
Письма читателей по данному адресу не принимаются.

ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Николаос Скилакис  
ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР: Анастасия Жаркова  
ФИНАНСОВЫЙ ДИРЕКТОР: Наталия Василенко  
КОММЕРЧЕСКИЙ ДИРЕКТОР: Александр Якутов  
МЕНЕДЖЕР ПО МАРКЕТИНГУ: Михаил Ткачук  
МЛАДШИЙ МЕНЕДЖЕР ПО ПРОДУКТУ:  
Любовь Мартынова

Свидетельство о регистрации средства массовой информации в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) ПИ № ФС77-43310 от 28.12.2010 г.

Для заказа пропущенных номеров  
и по всем вопросам, касающимся информации  
о коллекции, заходите на сайт

**www.deagostini.ru**

по остальным вопросам обращайтесь по телефону  
бесплатной «горячей линии» в России:

**8-800-200-02-01**

Телефон «горячей линии» для читателей Москвы:

**8-495-660-02-02**

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:  
Россия, 170100, г. Тверь, Почтамт, а/я 245,  
«Де Агостини», «Занимательные головоломки»

РАСПРОСТРАНЕНИЕ:  
ООО «Бурда Дистрибушен Сервисиз»

**УКРАИНА**

ИЗДАТЕЛЬ И УЧРЕДИТЕЛЬ:  
ООО «Де Агостини Паблишинг», Украина  
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 01032, Украина,  
г. Киев, ул. Саксаганского, д. 119  
ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Екатерина Клименко

Свидетельство о государственной регистрации  
печатного СМИ Министерства юстиции Украины  
КВ № 17502-6252Р от 01.03.2011

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:  
Украина, 01033, г. Киев, а/я «Де Агостини»,  
«Занимательные головоломки»  
Україна, 01033, м. Київ, а/я «Де Агостіні»

Для заказа пропущенных номеров  
и по всем вопросам, касающимся информации  
о коллекции, заходите на сайт

**www.deagostini.ua**

по остальным вопросам обращайтесь по телефону  
бесплатной «горячей линии» в Украине:

**0-800-500-8-40**

**БЕЛАРУСЬ**

ИМПОРТЕР И ДИСТРИБЮТОР В РБ: ООО «Росчерк»,  
220037, г. Минск, ул. Авангардная, д. 48а, литер 8/к,  
тел./факс: +375 17 2-999-260

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ: Республика  
Беларусь, 220040, г. Минск, а/я 224, ООО «Росчерк»,  
«Де Агостини», «Занимательные головоломки»

**КАЗАХСТАН**

РАСПРОСТРАНЕНИЕ: ТОО «Бурда-Алатай-Пресс»  
РЕКОМЕНДУЕМАЯ РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 279 руб.  
РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 49,90 грн, 990 тенге

ОТПЕЧАТАНО В ТИПОГРАФИИ: G. Canale & C. S.p.A.  
Sos. Cernica 47, Bucuresti, Pantelimon – Ilfov, Romania.

ТИРАЖ: 74 000 экз.

Издатель оставляет за собой право изменять  
последовательность номеров и их содержание.

Издатель оставляет за собой право увеличить  
рекомендованную цену выпусков.

Неотъемлемой частью каждого выпуска  
является приложение.

© ООО «Де Агостини», 2012  
© RBA Coleccionables, 2011  
ISSN 2225-1782

ДАТА ВЫХОДА В РОССИИ: 03.07.2012

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ О ВОЛЕ СЛУЧАЯ ПРИСУТСТВУЕТ ВО ВСЕХ МИРОВЫХ КУЛЬТУРАХ. Случай ПОРОДИЛ МНОЖЕСТВО СУЕВЕРИЙ, НО В КОНЦЕ КОНЦОВ ПОПАЛ В РУКИ УЧЕНЫХ, ЦЕЛЬЮ КОТОРЫХ СТАЛО НЕ ПРЕДСКАЗАНИЕ БУДУЩЕГО, А РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.

## Вероятности

# Наука о неопределенности

**Н**е всегда мы располагаем необходимой информацией, чтобы предвидеть ход событий. Обычно даже с точностью до наоборот. Мы не можем с уверенностью сказать, будет ли завтра дождь, и уж тем более — какой стороной упадет подброшенная монетка. Расчет вероятностей — это раздел математики, призванный найти порядок в неопределенности. Например, понять, на чем основано представление, что когда бросаешь игральные кости, шансов на выпадение четного числа больше, чем на выпадение, например, «пяти».

Именно в мир азартных игр уходят корни этой математической науки. Уже в XVI веке Джероламо Кардано (1501—1576) начал разгадывать тайны вероятностей в своем труде «*Liber de ludo aleae*» («Теория вероятностей в приложении к азартным играм»), увидевшем свет в 1525 году. В XVII веке знатный француз, большой любитель азартных игр

▼ Случай всегда имел большое влияние на людей. 30 млн. человек ежегодно посещают Лас-Вегас в поисках удачи.



шевалье де Мере спросил совета у великого французского математика и философа Блеза Паскаля (1623—1662) по вопросу, который с незапамятных времен не давал покоя азартным игрокам.

Si on joue chaque partie 31.					
	Parties.	Parties.	Parties.	Parties.	Parties.
1 <sup>e</sup> Partie.	63,	70,	80,	96,	128,
2 <sup>e</sup> Partie.	63,	70,	80,	96,	128,
3 <sup>e</sup> Partie.	56,	60,	64,	64,	—
4 <sup>e</sup> Partie.	—	40,	32,	—	—
5 <sup>e</sup> Partie.	24,	16,	—	—	—
6 <sup>e</sup> Partie.	8,	—	—	—	—

Si on joue 55, chacun EN 28.					
	Parties.	Parties.	Parties.	Parties.	Parties.
1 <sup>e</sup> Partie.	63,	70,	80,	96,	128,
2 <sup>e</sup> Partie.	63,	70,	80,	96,	128,
3 <sup>e</sup> premières parties.	126,	140,	160,	192,	256,
Les 3 <sup>e</sup> premières parties.	182,	200,	224,	256,	—
Les 4 <sup>e</sup> premières parties.	234,	240,	256,	—	—
Les 5 <sup>e</sup> premières parties.	248,	256,	—	—	—
Les 6 <sup>e</sup> premières parties.	256,	—	—	—	—

▲ Страница из сборника трудов Ферма, где показаны некоторые из таблиц вероятностей, которые он отправил Паскалю.

### Задача шевалье де Мере

Шевалье де Мере не давал покоя следующий вопрос: как разделить ставки, если игроки по какой-то причине прерывают игру на середине? Однажды шевалье играл в кости со своим знакомым, и каждый из них ставил на определенное число. Выигравшим считался тот, кто первый трижды его выкинет.

На кону стояло 64 пистоля (32 с каждого игрока), но поединок пришлось прекратить, когда шевалье, выигрывающего 2 к 1, вызвали во дворец. Как делить ставки? Партнер по игре может утверждать, что так как два успешных броска с его стороны — это половина возможных против одного броска шевалье, то ставки необходимо поделить в пропорции 2 к 1, то есть 42 и 2/3 для шевалье и 21 и 1/3 для его соперника. Но этот вывод ошибочен. Как

показали Паскаль и Ферма, если бы поединок продлился еще на два броска, то возникла бы одна из четырех возможных равновероятных ситуаций. В первом случае выигрывает сначала шевалье, а затем его оппонент; во втором два раза выигрывает шевалье; в третьем выигрывает сначала соперник, а затем шевалье; а в четвертом два раза выигрывает партнер де Мере. Так как только последняя возможность приносит победу оппоненту, то вероятность выигрыша для него равна 1/4. Это и есть та часть ставки, которую он должен забрать. То есть ему должно достаться 16 пистолей.



Именно благодаря этому вопросу завязалась захватывающая переписка между Паскалем и Пьером Ферма (1601—1665), которая положила начало теории вероятностей в том виде, в котором мы ее знаем.

## Концепция

Когда мы подбрасываем монету, вероятность того, что выпадет орел, равна 50%. Мы как бы подсчитали «вероятности» этого события, основываясь на том, что две единственных возможности — «орел» и «решка» — изначально находятся в одинаковом положении. Нам всего лишь надо вычислить соотношение между числом благоприятных и возможных случаев.

Если мы хотим узнать вероятность того, что выпадет «орел», то число благоприятных случаев 1, а число возможных случаев — 2. Таким образом, вероятность того, что, когда мы подкинем монету, выпадет «орел», равна  $1/2 = 0,5$ , или, в процентном отношении, 50%. Это и есть формула расчета вероятностей, которая выглядит следующим образом:

$$\text{Вероятность} = \frac{\text{число благоприятных случаев}}{\text{число возможных случаев}}$$

Эта формула впервые появилась в «Essai philosophique sur les probabilités» («Опыт философии теории вероятностей») Лапласа, маленькой книжке в популярном изложении, где были собраны основные идеи его великого труда «Théorie Analytique des Probabilités» («Аналитическая теория вероятностей»), опубликованного в 1812 году. Как показывает эта книга, можно получить «искомую вероятность, придав всем событиям одного вида определенное количество одинаково возможных случаев (то есть таких, в существовании которых мы в равной степени не уверены) и определив для них благоприятные случаи».



▲ Этруссская амфора, на которой изображены Ахилл иAjax за игрой в кости. О существовании игры в античном мире свидетельствует древнегреческая легенда о том, как Зевс, Посейдон и Аид бросили кости, чтобы разделить между собой Вселенную.

## Расчеты в азартных играх

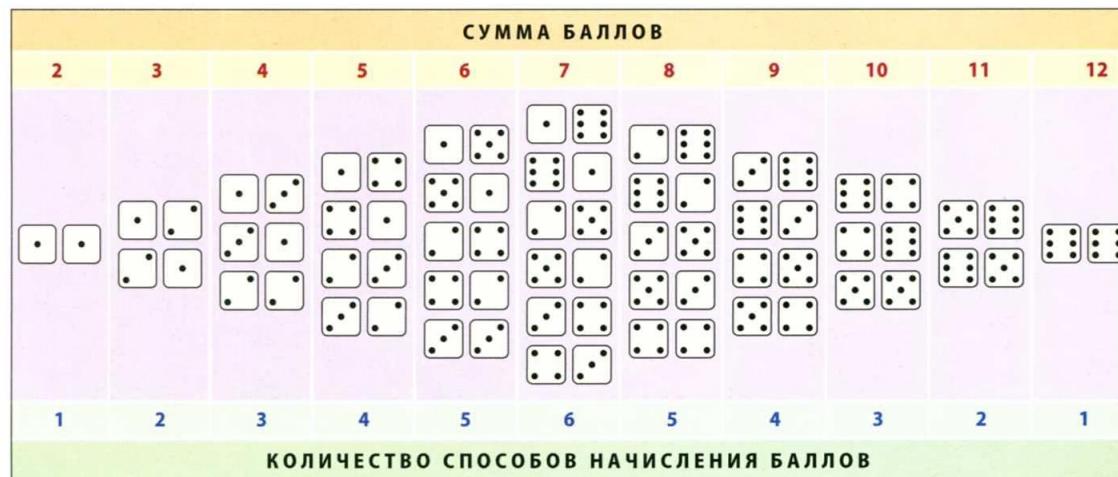
Просчитаем, например, возможность выкинуть «пятерку» при кидании костей. Количество благоприятных случаев здесь равно 1, а возможных — 6, то есть вероятность, которую мы ищем, равна  $1/6$ . А если бы мы хотели рассчитать шансы выкинуть четное число, то количество благоприятных случаев равнялось бы 3, поскольку

на игральном кубике присутствуют только три четных числа — 2, 4 и 6 — и число возможных случаев было бы 6. Таким образом, возможность выкинуть четное число равняется:  $3/6 = 1/2 = 0,5$ . Такой же системой можно воспользоваться, чтобы просчитать возможность выигрыша в простую лотерею (при игре в 6 из 49).

Количество возможных случаев определяется комбинациями 49 элементов, взятых из 6 по 6, что выглядит следующим образом:

$$\binom{49}{6} = \frac{49!}{6!(49-6)!} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 13\,983\,816$$

Среди этих почти 14 млн. вариантов есть только одна выигрышная комбинация, то есть только один благоприятный случай, с которым возможность выигрыша равна  $1/13\,983\,816 = 0,00000007$  (приблизительно). Событие, вероятность которого равна 0, называется невозможным событием, как, например, выкинуть семерку простой игральной костью. Событие, вероятность которого равна 1, называется гарантированным событием, как, например, возможность выкинуть любое число меньше семи. В сложных задачах с большим количеством вариантов расчет может быть очень утомительным. Таким образом, тут действует так называемый «закон сложения»,



◀ Не все суммы чисел двух выкинутых костей одинаково вероятны. Чтобы рассчитать эту вероятность, необходимо разделить число таким образом, чтобы последовательно получить каждое значение, обозначенное внизу, на количество возможных комбинаций, равное 36. Если сумма равна, например, шести, то вероятность — 5/36.

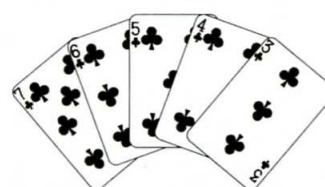
### Удача в покере

Ранг комбинаций в покере пропорционален возможностям вытащить их наудачу. Если в игре используется колода из 52 карт, то вероятность собрать роял-флеш (стрит-флеш из карт одной масти от десятки до туза) равна 0,000001, а пару — чуть менее 0,5. Для расчета шансов необходимо иметь в виду, что возможное количество рук равно количеству комбинаций из 52 элементов, взятых из 5 по 5, что составляет 2 598 960. Из расчета вероятностей для каждой руки выходят интересные комбинаторные задачи. Значения вероятностей, само собой, повышаются при игре с джокером.

### ПОКЕР БЕЗ ДЖОКЕРА



Роял-флеш  
 $p = 0,000001$



Стрит-флеш  
 $p = 0,000015$



Покер  
 $p = 0,00024$



Фулл-хаус  
 $p = 0,001441$



Флеш  
 $p = 0,001965$



Стрит  
 $p = 0,003925$



Сет  
 $p = 0,021129$



Две пары  
 $p = 0,047539$



Одна пара  
 $p = 0,422569$

### ПОКЕР С ДЖОКЕРОМ



Пятерка  
 $p = 0,000004$



Роял-флеш  
 $p = 0,000008$



Стрит-флеш  
 $p = 0,00009$



Покер  
 $p = 0,000252$



Флеш  
 $p = 0,002043$



Фулл-хаус  
 $p = 0,002283$



Стрит  
 $p = 0,023194$



Сет  
 $p = 0,047838$



Одна пара  
 $p = 0,446488$

который утверждает, что вероятность того или иного события из нескольких взаимоисключающих событий равна сумме вероятностей. Например, возможность выиграть какой-либо приз в вещевой лотерее равна сумме возможностей получить каждый из предлагающихся призов.

## Математическое ожидание

Некоторые азартные игры вроде спортивных лотерей «Ла Примитива» или «Бинго» фактически не предполагают участия человека в игре после приобретения им лотерейного билета. Другие — к примеру, игры в казино, рулетка или блек-джек — позволяют игроку глубже погружаться в процесс игры и управлять не только ставками, но и ходом партии. Как правило, чем меньше от игрока зависит, тем больше размер выигрыша. В любом случае, у нас всегда присутствует ощущение: уж кто действительно делает деньги, так это, без сомнения, кази-

APPENDIX TABLE IV. Showing the Probabilities of Life at North AMPTON. See page 255, 256.									
Age:	Per cent of living	Days of Life	Age:	Per cent of living	Days of Life	Age:	Per cent of living	Days of Life	Age:
0	100	300	31	42.8	7	62	18.7	8	
1	94.9	127	32	42.1	7	63	17.9	8	
2	72.2	50	33	41.4	7	64	17.1	8	
3	67.2	43	34	40.7	7	65	16.3	8	
4	64.6	36	35	40.0	7	66	15.5	8	
5	62.5	31	36	39.3	7	67	14.7	8	
6	60.9	26	37	38.6	7	68	13.9	8	
7	59.6	21	38	37.9	7	69	13.1	8	
8	58.6	16	39	37.2	7	70	12.3	8	
9	57.7	10	40	36.5	8	71	11.5	8	
10	57.0	9	41	35.7	8	72	10.7	8	
11	56.4	6	42	34.9	8	73	9.9	8	
12	55.8	5	43	34.1	8	74	9.1	8	
13	55.3	5	44	33.3	8	75	8.3	8	
14	54.8	5	45	32.5	8	76	7.5	8	
15	54.3	5	46	31.7	8	77	6.7	8	
16	53.8	5	47	30.9	8	78	6.0	7	
17	53.3	5	48	30.1	8	79	5.2	7	
18	52.8	6	49	29.3	9	80	4.4	7	
19	52.3	7	50	28.4	9	81	3.6	7	
20	51.8	8	51	27.5	9	82	2.8	7	
21	50.7	8	52	26.7	8	83	2.0	7	
22	49.9	8	53	25.9	8	84	1.2	7	
23	49.1	8	54	25.1	8	85	0.4	6	
24	48.3	8	55	24.3	8	86	0.0	5	
25	47.5	8	56	23.5	8	87	0.0	4	
26	46.7	8	57	22.7	8	88	0.0	3	
27	45.9	8	58	21.9	8	89	0.0	2	
28	45.1	8	59	21.1	8	90	0.0	2	
29	44.3	7	60	20.3	8	91	0.0	2	
30	43.5	7	61	19.5	8	92	0.0	1	

▲ Для того чтобы страховые компании продолжали страховывать жизнь, выдавать полисы и компенсации, им необходимо знать демографические показатели. Здесь приводится таблица продолжительности жизни в Англии XVIII века.

◀ Игра в рулетку является одним из самых ярких примеров нечестной игры, потому что в конечном итоге всегда выигрывает казино. Оценка математического ожидания позволяет определить, какие игры справедливые, а какие нет.



но. Выражаясь научным языком, речь идет не об азартных играх, а о математическом ожидании. Этот термин впервые ввел голландский экономист Ян де Витт (1625—1672) в своем трактате «Стоимость пожизненных рент в пропорции к погашению рент» (1671). В любой игре, где известны вероятности событий, ожидание, обозначаемое буквой Е, — это средний выигрыш за кон. Игра называется азартной в том случае, если ожидание в ней равно нулю. Рассмотрим на примере, как вычисляется ожидание. Представим, что кто-то нам предлагает следующую игру: бросаем игральную кость, и если выпадает «один», платим 30 евро, а если выпадает любое другое число, выигрываем 4 евро. Первое, что надо сделать, это рассчитать вероятность каждого явления. Вероятность выкинуть «единицу» обозначим как Р(1) = 1/6 (один благоприятный случай из шести возможных), возможность выбросить любое другое число будет равняться, соответственно, 5/6. Математическое ожидание высчитывается как сумма всех вероятностей, умноженная на выигрыши или убытки. Со знаком «плюс», если это выигрыш, и со знаком «минус», если это проигрыш. Таким образом, в нашем случае ожидание будет:

$$E = 4 \cdot 5/6 - 30 \cdot 1/6 = -10/6 = -1,66 \text{ евро},$$

что является средним выигрышем, который получит наш оппонент, если мы согласимся на игру. Чтобы эта игра стала азартной, необходимо взять ставку в шесть евро в том случае, если при броске кости не выпадет «единица». Тогда расчет будет следующим:

$$E = 6 \cdot 5/6 - 30 \cdot 1/6 = 30/6 - 30/6 = 5 - 5 = 0$$

Иногда интуиция подсказывает нам, какая игра для нас благоприятна, или выигрышна, а какая неблагоприятна, а где шансы на победу и проигрыш равны; но часто толку от интуиции немногого, и приходится браться за бумагу и карандаш.

## Независимость

Два события называются независимыми, если одно из них не влияет на вероятность наступления другого. Последовательные броски кости или, например, монеты являются независимыми событиями.

## Парадокс дней рождения

Существует много примеров, показывающих, как часто при исчислении вероятностей интуиция может нас подвести. Например, на собрании присутствуют 23 человека. Какова вероятность того, что как минимум у двух человек дни рождения в один день? Рассчитаем противоположную вероятность — что у всех присутствующих дни рождения приходятся на разные дни. Вероятность того, что день рождения любого человека выпадает на день рождения другого, равна  $364/365$ , а это значит, что число благоприятных случаев равно 364, а возможных — 365.

Если мы добавим третьего человека (учитывая, что вероятность того, что два независимых события происходят одновременно, равна произведению соответствующих вероятностей), то получим следующее: возможность того, что эти три человека родились в один и тот же день в три разных года, равна  $364/365 \times 363/365$ .

Полная вероятность определяется по формуле:

$$364/365 \times 363/365 \times 362/365 \dots \times 343/365,$$

что равно 0,5072974,

то есть почти 0,5. Таким образом, искомая вероятность, полученная путем вычитания предыдущей из 1, почти равна  $1/2$ ! Это практически пятидесятпроцентная вероятность, что в группе есть два человека, родившихся в один день.



▼ Если мы выберем небольшую группу случайных людей, вероятность того, что двое из них родились в один день, гораздо выше, чем может казаться.

Предположим, что мы подбросили монету тысячу раз, и всегда выпадал «орел». Существует поверье, что в данном случае вероятность выкинуть «решку» при следующем броске значительно увеличивается. Но это неправда. Вероятность выпадения «решки» остается  $1/2$ , потому как на поворот монетки абсолютно не влияет ни один предыдущий бросок.

Правило умножения вероятностей независимых событий очень просто. Достаточно лишь умножить шансы. Например, вероятность выкинуть три «орла» подряд равна:

$$1/2 \times 1/2 \times 1/2 = 1/8$$

Вероятность выкинуть 1, а потом 5, кинув игральную кость два раза, равна:

$$1/6 \times 1/6 = 1/36$$

Но это правило не является универсальным, так как не все события независимы.

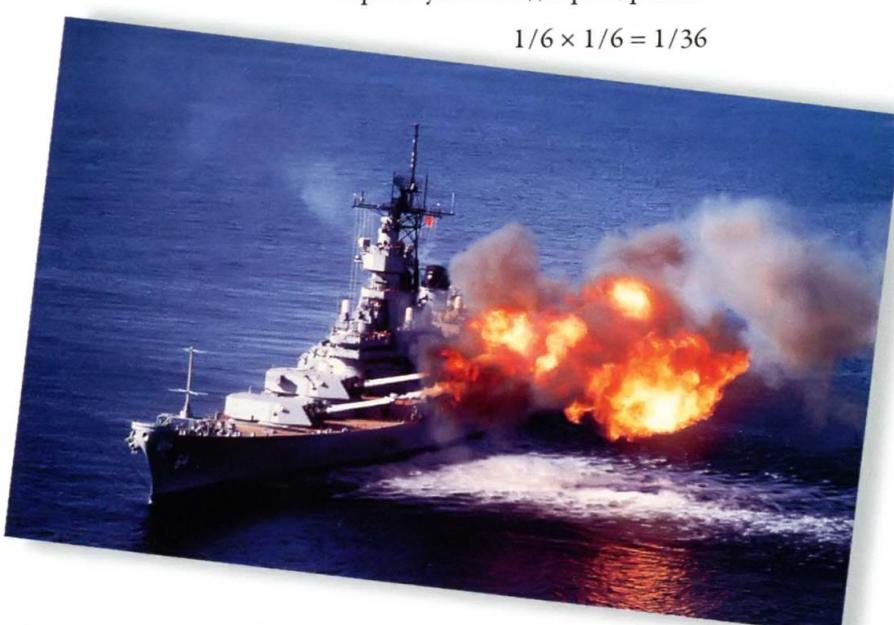
Например, неравны шансы весить 80 кг у человека ростом 150 см и у человека ростом 190 см.

Вероятность стать жертвой автомобильной катастрофы не одинакова для тех, кто пристегнулся ремнем безопасности, и для тех, кто его проигнорировал. Вероятность одного события при условии наступления другого события называется условной вероятностью.

## Квазиточность неопределенности: закон больших чисел

Несмотря на то, что результат подбрасывания монеты абсолютно случаен, если мы повторим действие много раз, то сможем заметить некоторые закономерности. В частности, если мы будем увеличивать число попыток и посчитаем относительную частоту выпадения «орла», то есть соотношение между количеством выпавших «орлов» и общим количеством бросков, вероятность того, что эта частота будет отличаться, хоть и немного, от вероятности, с каждым разом становится все меньше. Это труднопроизносимое выражение означает, что если мы произведем огромное количество бросков и разделим число выпавших «орлов» на общее количество бросков, то скорее всего получим результат около 50%. Результат повторяется для разных выборок. Перед нами так называемый закон больших чисел, который сочетает в себе непредсказуемость частных случаев и квазиточность коллективных явлений.

▼ В соответствии с законом больших чисел, случай, управляющий хаотичным движением каждой отдельной молекулы газа, следует строгим законам термодинамики газа.



## Демон Лапласа

Если мы уроним металлический шарик с определенной высоты, то, правильно применив законы механики Ньютона, сможем назвать время и скорость, с которыми он упадет на пол. Речь идет о так называемом детерминированном процессе. То же самое наблюдается и при подбрасывании монеты: с того момента, как она оказалась в воздухе, у нее остается только один выход — упасть единственным способом, который также определен законами механики. Это детерминизм, управляющий судьбой монеты. Тем не менее, условия, в которых это происходит, и среда, в которой летит монета, на практике дают предугадать, какой стороной она упадет. В этом смысле можно утверждать, что вероятность — это, в некоторой форме, мера нашего невежества. В популярном труде «Опыт философии теории вероятностей» Лаплас накладывает свою теорию на механистический детерминизм — концепцию, имеющую огромное влияние как на науку в целом, так и на философию.

Вкратце, эта гипотеза утверждает, что любое событие полностью определяется законами механики. Для разума, который был способен собрать и обработать все данные этих уравнений, ни прошлое, ни будущее не имели бы тайн. Существо, обладающее такими способностями, называли «демоном Лапласа». Без сомнения, то видение мира, которое нам дала современная наука, придает неведомому совершенно иной смысл. Квантовая механика — базовая теория современной физики — по своей сути индетерминистична. В ней говорится о случае в самом подлинном его смысле, как о важнейшем элементе, а не как о результате незнания подробностей условий процесса. В случае радиоактивного распада, например, нет никакого закона природы, который определял бы точное время деления ядра. Существуют только законы, благодаря которым можно предположить вероятность распада ядра через какое-то количество секунд. И считается, хотя тому и нет твердых доказательств, что в природе не существует ничего, что подтверждало бы эту вероятность. Хотя, может быть, мы пока просто не знаем об этом.



▲ С точки зрения квантовой механики, отдельные события, которые регистрирует счетчик Гейгера, абсолютно непредсказуемы: даже природа не знает, когда они произойдут.

## ЭТО ИНТЕРЕСНО

■ Маркиз де Кондорсе (1743—1794) — французский философ и математик, автор знаменитого труда под названием «Рассуждения о применении анализа к оценке выборов большинством голосов». Его труд оказал огромное влияние на развитие теории вероятностей. Целью книги было улучшить работу судей во время судебных разбирательств. Предполагалось, что вероятность ошибки каждого присяжного заседателя была одинакова (ей присваивается вероятность 30%); отсюда следует вывод, что минимальное число присяжных заседателей для гарантии справедливого суда должно быть от 10 до 15 человек.

По политическим обвинениям в 1794 году Кондорсе оказался в тюрьме, где два дня спустя был найден мертвым, но убийцу его так и не нашли.

■ Один известный профессор статистики Гарвардского университета (на самом деле, эту идею приписывают самым разным математикам) каждый раз, когда путешествовал самолетом, возил с собой в чемодане муляж бомбы (в те времена контроль в аэропортах еще не был таким строгим). Объяснял он свою экстравагантную привычку следующим образом: «вероятность того, что в самолете летит человек с бомбой, очень низкая, а что их двое — практически равна нулю».



МАЛО КТО МОЖЕТ ПОХВАСТАТЬСЯ СТОЛЬ ЖЕ ЗНАЧИТЕЛЬНЫМ ВКЛАДОМ В НАУКУ, КАК ЭТУ ФРАНЦУЗСКИЙ МАТЕМАТИК. С ЕГО ИМЕНЕМ СВЯЗАНЫ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ, И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ, И НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА.

## Универсальный дух Пьер-Симон Лаплас

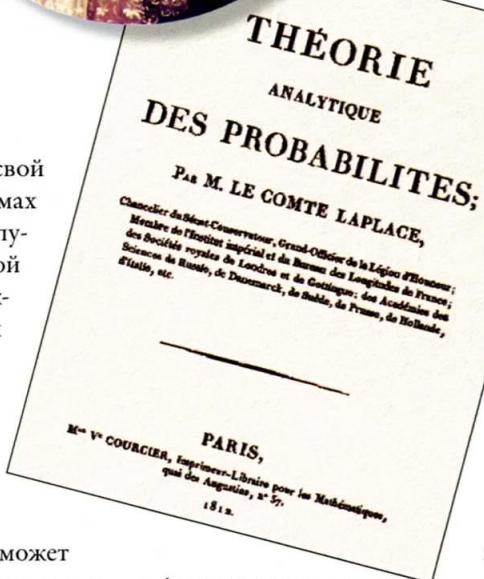
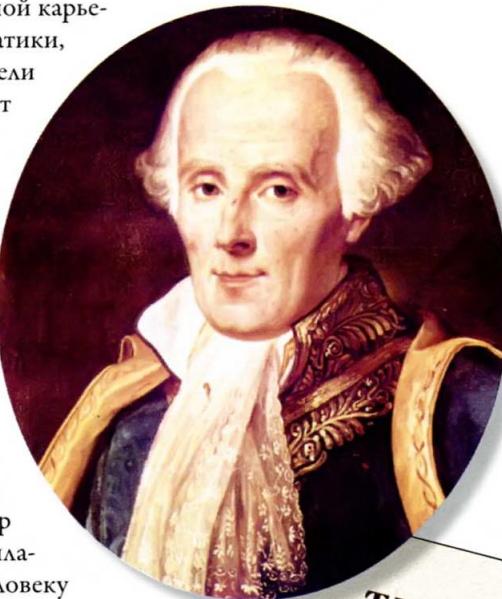
**П**ьер-Симон Лаплас родился 28 марта 1749 года в Бомон-ан-Ож, в Нормандии, в зажиточной крестьянской семье. В 16 лет, отучившись в школе бенедиктинцев, он поступил в иезуитский коллеж в городе Кан. Отец Лапласа питал серьезные надежды на то, что сын посвятит себя военной или духовной карьере, но двое учителей математики, С. Габблед и П. ле Кану, увидели в нем математический талант и отправили юношу в Париж с рекомендательным письмом к д'Аламберу (1717—1783) — известному физику и математику из Парижской академии наук. Однако д'Аламбера эти рекомендации не впечатлили, и тогда Лаплас показал ему свой трактат об общих принципах механики. Будучи глубоко впечатлен его работой, д'Аламбер не только стал учителем Лапласа, но и помог молодому человеку устроиться на должность преподавателя математики в Военную академию.

### Гений

В марте 1770 года Лаплас представил свой первый труд о максимумах и минимумах кривых в Парижскую академию наук. Спустя некоторое время, в 1773 году, молодой ученый был избран адъюнктом Парижской академии наук. В течение этих трех лет он завершил еще одну важную работу об отклонении орбит планет и о помехах, создаваемых их лунами. Таким образом, ученый заложил фундамент одной из самых важных своих работ о стабильности солнечной системы.

В Академии наук говорили, что Лаплас может высказаться по любому научному вопросу и при этом иметь абсолютные знания по данной теме. Сам Лаплас считал себя лучшим математиком, когда-либо жившим во Франции, и большинство его коллег с этим соглашались. 15 мая 1788 года, в возрасте 39 лет, Лаплас женился на Мари-Шарлотте де Курти, которая была на 20 лет его млад-

▼ Огромное количество научной работы не мешало Лапласу занимать также и политические должности. На этом портрете он изображен в костюме сенатора.



▲ Лаплас считал свою теорию вероятностей всего лишь здравым смыслом, выраженным через математику. На иллюстрации вы видите титульный лист его трактата 1812 года.

ше. От этого брака у него родилось двое детей, Шарль Эмиль и Софи Сюзанна. На тот момент ученый уже пять лет являлся почетным членом Парижской академии наук и имел определенную экономическую стабильность. Во время Великой французской революции Лаплас не принял ни одну политическую сторону, а уединился со своей семьей, что позволило ему практически полностью посвятить себя научной работе.

### Наука и политика

Когда к власти пришла Исполнительная Директория, Лаплас, который активно участвовал в организации образования, полностью принял новую революционную идеологию и занимал ряд достаточно важных постов. В частности, он возглавлял кафедру математики в только что открывшейся Политехнической школе. В 1794 году Лаплас был назначен президентом Бюро мер и весов и сыграл решающую роль в создании десятичной метрической системы. Когда Наполеон, бывший некогда его учеником в Королевском Артиллерийском корпусе, учредил Консульство,

Лаплас резко изменил свои политические взгляды и стал убежденным бонапартистом. В 1799 году он занял пост министра внутренних дел, с которого вскоре был смешен Наполеоном на том основании, что «внес в Управление дух бесконечно малых», то есть мелочность. Однако после этого ученый не потерял полностью благосклонность императора и вскоре занял пост в Сенате и даже получил в 1805 году Орден Почетного легиона. Большинство работ, публикуемых Лапласом в те годы, посвящены «Наполеону Великому». Когда на престол взошел Людовик XVIII, Лаплас предложил ему свои услуги, за что был провозглашен маркизом и пэром Франции. Разумеется, до этого он стер из своих книг все посвяще-

ния Наполеону. Такие заигрывания с властью вызвали критику со стороны его современников, которые обвиняли математика в отсутствии политической морали. Ученый же возражал им, что это стратегия, позволяющая ему спокойно заниматься научным трудом.

## Упадок

Примерно в 1815 году работы Лапласа подверглись серьезной критике. Волновая теория света О. Ж. Френеля вступала в прямое противоречие с корпускулярной теорией света Лапласа, к тому же на смену его теориям теплоты пришли новые теории А. Т. Пти и Ж. Б. Ж. Фурье. На тот момент учёному уже было 70 лет, он постепенно лишался влияния в академических кругах, к тому же Лаплас очень тяжело переживал смерть своей дочери в родах единственного внука в 1813 году (его сын, сделавший военную карьеру, не имел потомства). Лаплас умер 5 марта 1827 года и был похоронен в Париже на кладбище Пер-Лашез.

## Монументальный труд

Двумя основными направлениями исследований Лапласа были математические основы астрономии и теория вероятностей. Первое издание «Theorie Analytique des Probabilites» («Анали-



тическая теория вероятностей») было выпущено в 1812 году и состояло из двух частей, первая из которых была посвящена изучению алгебраических функций и выражений, которые наиболее часто появлялись в расчетах вероятностей, а вторая — самому определению вероятностей, формуле Байеса об условных обратных вероятностях и методу наименьших квадратов. «El Traite de Mecanique Celeste» («Трактат о небесной механике») считается венцом корпуса научных трудов Лапласа. Он состоит из пяти томов, в которых изложены основные законы движения и равновесия для твердых веществ



► Имя Антуана де Лавуазье — одно из основных в истории химии. Благодаря их с Лапласом совместной работе было доказано, что люди дышат кислородом.

◀ Одной из наиболее занимавших Лапласа тем была механика солнечной системы. Много времени он посвятил изучению стабильности колец Сатурна.

▼ Уравнение Лапласа описывает гравитацию в космическом вакууме, например, в удалении от земной атмосферы.

# ЭТО ИНТЕРЕСНО

■ В 1780 году Лаплас сотрудничал со знаменитым химиком Лавуазье и вместе с ним совершил важное открытие в физиологии. Исследователи изучили изменения температур в живых и неживых системах и пришли к выводу, что дыхание живых существ — это не что иное, как одна из форм медленного горения.



■ Лапласу принадлежит один из самых известных афоризмов в истории науки. Это ответ, который он дал Наполеону, когда тот заметил, что в «Трактате о небесной механике» нет ни одного слова о Боге. «Сир, я не нуждался в этой теории», — ответил учёный.

и жидкостей, а также общий закон устойчивости солнечной системы и тяготения к центру тяжести ее планет.

Лаплас открыл неизменяемость орбит, по которым движутся планеты, и продемонстрировал, что небольшие изменения расстояний планет от солнца представляют собой циклические явления и со временем компенсируются. Французский исследователь доказал устойчивость солнечной системы, а также написал вводную книгу к трактату «Exposition du Systeme du Monde» («Изложение системы мира»), в которой объяснил свою блестящую гипотезу о туманностях. Его теория значительно укрепила позиции научного материализма в философии науки. Имя Лапласа встречается в самых разных областях математики, астрономии, физики и философии: оператор Лапласа (символ  $\Delta$ ); уравнение Лапласа; трансформация Лапласа; предел Лапласа; теория электромагнетизма Лапласа; «демон Лапласа» в философии и т. д.

Штрих-кодами обозначено большинство продуктов, имеющих хождение на национальных и международных рынках. Эти отметки есть на всем, начиная от пачки сигарет и заканчивая деталями моторов самолетов. Поставить на продукт штрих-код — значит присвоить ему идентификационный номер.

## Штрих-код Дактилоскопия торговли

**В**се мы множество раз видели, как кассир в супермаркете берет продукты с ленты-транспортера и быстро проносит их под мигающим красным светом. Закончив, нажимает клавишу на кассовом аппарате и распечатывает чек со списком купленных продуктов и их стоимостью. Но на этом работа сканера не заканчивается: он производит автоматический контроль остатков в магазине и на складе, а также при необходимости составляет новый заказ в зависимости от потребностей предприятия. И даже, скорее всего, уже автоматически сведены таблицы, отражающие предпочтения покупателей. Все это становится возможным благодаря сбору информации, которую считывает сканер со штрих-кода, нанесенного на каждую упаковку.

### Бинарная система считывания

Система, используемая для считывания штрих-кода, сначала освещает его видимым или инфракрасным светом, который затем снова отражается обратно в сканер. Темные области поглощают свет, а светлые его отражают. Эти данные превращаются в электрические импульсы, которые посредством математических алгоритмов переводятся в двоичный код, который передается в компьютерную систему, где полученная информация обрабатывается.

Число 1 представлено посредством черной полосы, а 0 — посредством белой (хотя, на самом деле, это даже не полоса, а просто промежуток между двумя черными полосами). В соответствии с этим двоичное число 1101 будет представлено двумя черными полосами, одной

▼▼ Различные оптические считыватели штрих-кодов. Использование этой системы уменьшает возможность ошибки при идентификации продукта на 16 порядков.

белой и одной черной, или, что то же самое, одной двойной черной полосой, одной обычной белой и одной обычной черной.



1101

Цифры, переданные при помощи двоичного кода, являются десятичными, хотя они и зашифрованы как последовательность 0 и 1. Способ присвоения нулей и единиц каждому из десяти первых знаков регламентирован международными конвенциями. Разобраться в нем не так-то просто, однако, в любом случае, штрих-код характеризуется следующими постоянными условиями:



### EAN-13

В 1973 году в США приняли UPC (Universal Product Code) — систему, определяющую стандарты штрих-кодов из 12 знаков, которые используются по настоящее время в США и Канаде. В 1977 году был создан European Article Numbering (EAN) — стандарт из 13 знаков, который со временем принял и неевропейские страны, что повлекло замену названия на EAN International или EAN-13. Обе системы, UPC и EAN-13, абсолютно совместимы: чтобы перейти со второй на первую, необходимо всего лишь добавить ноль в начале кода.

1) Поля прочтения для сканера обозначаются при помощи двух белых зон: одной в начале и одной в конце кода. Эти границы называются «quiet zone».

2) Три полоски (почти всегда немного более длинные, чем остальные), которые ограничивают код, — это всегда 101. Они нужны, чтобы сканер учитывал расстояние считывания.

3) Разделение в центре из двух полосок (также несколько более длинных), которые обозначают знаки 01010 и разделяют код на две части, «левую» и «правую».



Это штрих-код, нанесенный на пакет молока пониженной жирности одной известной марки. Мы видим код из 13 чисел. Первые два представляют страну или экономический регион, в нашем случае — Испанию (84). Пять последующих чисел во избежание повторений присваиваются каждому производителю региональным регистратором. Таким образом, 10128 однозначно относится к марке определенной страны (в нашем случае, Испании). Пять последующих чисел выделяются для кодировки самого товара, которую осуществляет производитель. В данном примере это 00032, что означает «молоко пониженной жирности». И последняя цифра — это контрольное число (check digit).

### Контрольное число

Если однажды вам будет скучно или вы будете сидеть в очереди, попробуйте развлечься вычислением контрольного числа штрих-кода какого-нибудь предмета, находящегося в зоне доступа (вряд ли вам удастся ни одного не найти). Математическая формула для расчета контрольного числа, то есть последней из 13 цифр штрихового кода, выглядит следующим образом:

$$a_{12} = \left[ 10 - \left( \sum_{\substack{i=1 \\ i \text{ нечет}}}^{11} a_i + 3 \sum_{i=2}^{10} a_i \right) \pmod{10} \right] \pmod{10},$$

но не надо пугаться, так как по сути операция очень проста. Возьмем в качестве примера 12 первых цифр из кода молока пониженной жирности:

8 4 10 128 00032

Сначала берется сумма всех чисел, которые занимают нечетные полоски:

$$8 + 1 + 1 + 8 + 0 + 3 = 21,$$

затем — сумма чисел, которые занимают четные полоски  $4 + 0 + 2 + 0 + 0 + 2 = 8$ , и это количество умножается на три:  $8 \cdot 3 = 24$ .

Теперь складываются оба полученных результата:  $21 + 24 = 45$ . Число единиц — 5 в этом случае вычитается из 10. Собственно, результат и является контрольным числом, которое в нашем примере также 5. Если бы полученное от суммы число было кратно 10, то прошлые операции имели бы



результат 10.

В этом случае,

так как мы не можем

использовать два значка для контрольного числа, значение, которое бы ему присвоили, было бы 0. В первые годы использования штрих-кода некоторые «озаренные» своей идеей типографы копировали значения какого-то одного продукта для разных производителей. В результате, когда кассирша проводила через сканер крем для загара, на мониторе появлялось значение для консервированных сардин. Контрольное число препятствует появлению ошибок такого типа.

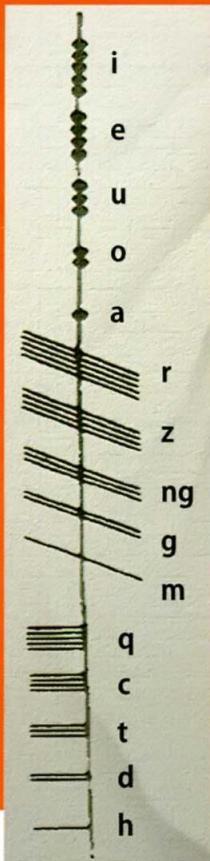
## ЭТО ИНТЕРЕСНО

Когда в результате какого-нибудь конфликта одна страна решает бойкотировать продукцию другой, то она ни в коем случае не должна руководствоваться штрих-кодом, как это уже случалось не раз. Число 32 совсем не означает, что товар был произведен во Франции — вероятно, маркетологи используют штрих-код той страны, где товар будет продаваться. Испанский хамон может иметь код Италии, а французские духи — Испании.

Среднее число ошибок при ручном наборе равно одной на каждые 300 набранных символов. Вероятность ошибки при считывании штрих-кода — одна на триллион.

В Ирландии нашли высеченные на камне древние кельтские письмена — огамы. Подобно штрих-коду, они основаны на комбинациях точек и тире (см. рисунок).

Этот факт позволяет ирландцам шутить, что именно они придумали штриховую систему кодирования информации.



**Узел IV.**  
**Искусство счисления**

«*И снились мне ночью мешки золота*».

**В** нескольких градусах от экватора в полдень даже в открытом море жара стоит совершен-но невыносимая, и два путешественника облачились в легкие ослепительно белые полотняные костюмы. Оба туриста возвращались теперь домой на небольшом парусном судне, совершившим раз в месяц рейсы между двумя самыми крупными портами того острова, который они столь успешно исследовали.

Растянувшись на груде подушек под сенью огромного зонтика, они лениво наблюдали за несколькими рыбаками-туземцами, севшими на корабль во время последней стоянки. Поднимаясь на борт, каждый из рыбаков нес на плече небольшой, но тяжелый мешок. На палубе стояли огромные весы, на которых при погрузке обычно взвешивали принимаемые на борт грузы. Вокруг этих весов и собирались рыбаки. Возбужденно крича что-то на непонятном языке, они, по-видимому, намеревались взвесить свои мешки.

— Больше похоже на воробышко чириканье, чем на человеческую речь, — заметил пожилой турист, обращаясь к сыну, который лишь слабо удивился, не найдя в себе сил произнести хоть слово в ответ. Отец в поисках более отзывчивого слушателя обратил свой взор к капитану.

— Что там у них в мешках, капитан? — спросил он, когда упомянутый персонаж поравнялся с ними в своем неспешном бесконечном променаде с одного конца палубы на другой. Капитан прервал свой марш и, высокий, строгий, весьма довольный собой, замер перед туристами, возвышаясь над ними, подобно величественному монументу.

— Рыбаки, — пояснил он, — частые пассажиры на моем судне. Эти пятеро из Мхрукси, места нашей последней стоянки. В мешках они везут деньги. Нужно сказать, джентльмены, что деньги этого острова тяжеловесны, но, как вы догадываетесь, малоценные. Мы покупаем их у туземцев на вес — по пять шиллингов за фунт. Думаю, что все мешки, которые вы видите, можно купить за одну десятифунтовую банкноту.

Слушая капитана, пожилой джентльмен закрыл глаза — несомненно, лишь для того, чтобы как можно лучше сосредоточиться на сообщаемых ему интересных фактах, но капитан, не поняв истинных намерений своего собеседника, возобновил прерванный было променад.

Между тем рыбаки, собравшиеся у весов, стали шуметь так отчаянно, что один из матросов счел нелишним принять меры предосторожности и унести все гири. Туземцам волей-неволей пришлось довольствоваться ручками от лебедок, кофель-нагелями и тому подобными тяжелыми предметами, которые им удалось отыскать. Предпринятый матросом демарш возымел желаемое действие: шум вскоре прекратился. Тщательно спрятав мешки в складках кливера, лежавшего на палубе невдалеке от наших туристов, рыбаки разбрелись кто куда. Когда снова послышалась тяжелая поступь капитана, молодой человек приподнялся.

— Как вы называли место, откуда эти туземцы, капитан? — поинтересовался он.

— Мхрукси, сэр.

— А как называется то место, куда мы направляемся?

Капитан набрал побольше воздуха в легкие, храбро нырнул в слово и с честью вынырнул из его глубин:

— Они называют его Кговджни, сэр!

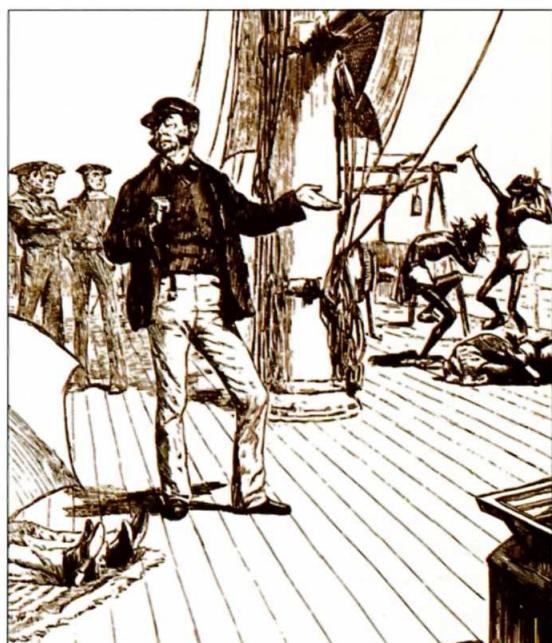
— Кг... Не могу выговорить! — еле слышно отозвался молодой человек. Совершенно обессилен, он вновь молча откинулся на подушки.

Отец вежливо попытался заменить сына в разговоре.

— Где мы сейчас находимся, капитан? — любезно осведомился он. — Имеете ли вы об этом хоть какое-нибудь представление?

Капитан бросил презрительный взгляд на попрязшую в невежестве «сухопутную крысу» и от-

► Капитан прервал свой марш и, высокий, строгий, весьма довольный собой, замер перед туристами, возвышаясь над ними подобно величественному монументу.



втил тоном, преисполненным глубочайшего снисхождения:

— Я могу сообщить вам наши координаты, сэр, с точностью до дюйма!

— Не может быть! — лениво удивился пожилой турист.

— Не только может, но так оно и есть! — настаивал капитан. — Как вы думаете, что бы стало с моим судном, если бы я потерял долготу и широту? Имеет ли кто-нибудь из присутствующих хотя бы отдаленное представление о счислении?

— С уверенностью могу сказать: никто из присутствующих в счислении не смыслит, — откровенно признался сын; однако он несколько переусердствовал в своем правдолюбии.

— А между тем для тех, кто разбирается в подобных вещах, в счислении нет ничего сложного, — тоном оскорблённого достоинства заявил капитан. С этими словами он удалился, чтобы отдать необходимые распоряжения матросам, собиравшимся поднять кливер.

Наши туристы с таким интересом наблюдали за поднятием паруса, что ни один из них даже не вспомнил о мешках с туземными деньгами, спрятанных в его складках. В следующий момент ветер наполнил поднятый кливер, и все пять мешков, оказавшихся за бортом, с тяжелым плеском упали в море.

Несчастным рыбакам забыть о своей собственности было не так просто. Они сгрудились у борта и с яростными криками, размахивая руками, указывали то на море, то на матросов, явившихся причиной несчастья.

Пожилой турист объяснил капитану, в чем дело.

— Позвольте мне возместить несчастным убытки, — добавил он в заключение. — Полагаю, что десяти фунтов будет достаточно? Ведь вы, кажется, называли именно эту сумму?

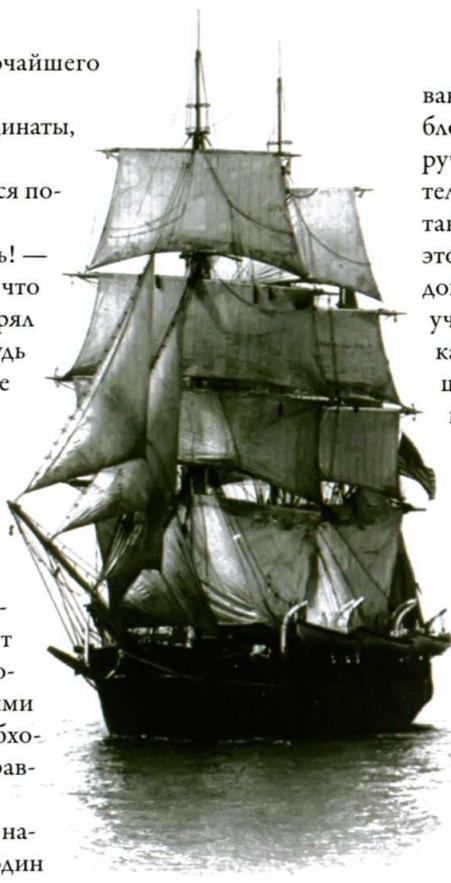
Но капитан отверг предложение.

— Нет, сэр! — сказал он с величественным видом. — Надеюсь, вы меня извините, но это — мои пассажиры. Происшествие случилось на борту вверенного мне судна и вследствие отданых мной приказаний. Поэтому и компенсацию за причиненный ущерб должен выплатить я.

И он обратился к разгневанным рыбакам на мхруксийском диалекте.

— Подойдите сюда и скажите, сколько весил каждый мешок. Я видел, как вы только что их взвешивали.

Не успел капитан закончить свою речь, как на палубе вновь началось воистину вавилонское столпотворение: все пятеро туземцев наперебой пытались объяснить капитану, что матрос унес гири и им пришлось взвешивать, пользуясь лишь «подручными средствами».



Под наблюдением капитана импровизированные гири — два железных кофель-нагеля, три блока, шесть камней для чистки палубы, четыре ручки от лебедок и большой молот — были тщательно взвешены. Результаты взвешивания капитан аккуратно занес в свой блокнот. Однако на этом его неприятности не закончились. В последовавшей довольно жаркой дискуссии приняли участие и матросы, и пятеро туземцев. Наконец, капитан с несколько растерянным видом подошел к нашим туристам, пытаясь легким смешком скрыть замешательство.

— Возникло нелепое затруднение, — сказал он. — Может быть, вы, джентльмены, подскажете выход из него. Дело в том, что туземцы, как я сейчас выяснил, взвешивали не по одному, а по два мешка!

— Если они произвели менее пяти взвешиваний, то, разумеется, оценить стоимость содержимого каждого мешка не представляется возможным, — поспешил вывести заключение молодой человек.

— Послушаем лучше, что известно о весе мешков, — осторожно заметил его отец.

— Туземцы произвели пять взвешиваний, — сообщил капитан. — Но у меня, — добавил он, поддавшись внезапному приступу откровенности, — просто голова идет кругом. Послушайте, что получилось. Первый и второй мешки весили 12 фунтов, второй и третий — 13,5 фунта, третий и четвертый — 11,5, четвертый и пятый — 8 фунтов. После этого, по утверждению туземцев, у них остался только тяжелый молот. Чтобы уравновесить его, понадобилось три мешка: первый, третий и пятый. Вместе они весят 16 фунтов. Вот так, джентльмены! Приходилось ли вам слышать что-либо подобное?

## Решение

### Задача

Имеются пять мешков. Первый и пятый мешки вместе весят 12 фунтов, второй и третий — 13½ фунтов, третий и четвертый — 11½ фунтов, четвертый и пятый — 8 фунтов, первый, третий и пятый — 16 фунтов. Требуется узнать, сколько весит каждый мешок.

### Ответ

5½, 6½, 7, 4½ и 3½.

Сумма результатов всех пяти взвешиваний равна 61 фунту, при этом вес третьего мешка входит в 61 фунт трижды, а вес всех остальных мешков лишь дважды. Вычитая из 61 фунта удвоенную

сумму результатов первого и четвертого взвешиваний, получаем, что утроенный вес третьего мешка равен 21 фунту. Следовательно, третий мешок весит 7 фунтов.

Из результатов второго и третьего взвешиваний (с учетом того, что вес третьего мешка нам уже известен) находим вес второго и четвертого мешков: второй мешок весит 6½ фунтов, четвертый — 4½. Наконец, из результатов первого и четвертого взвешиваний получаем для первого и пятого мешков 5½ фунтов и 3½ фунта.

(Пер. Ю. А. Данилова,  
публикуется сокращениями.)

Это семейство настольных игр пользуется широкой популярностью на африканском континенте. Оно сочетает в себе простоту правил с глубиной стратегического мышления. Один из видов этой игры — Авале — был полностью расшифрован в 2002 году.

## Сеять и жать Манкала

**И**гры типа манкала считаются одними из древнейших: появившись в Древнем Египте, впоследствии они распространились по всему африканскому континенту, принимая различные формы и представая в самых разных вариантах. С незапамятных времен игры семейства манкала являлись развлечением различных социальных слоев, от падишахов, игравших на золотых досках золотыми монетами, до бедняков, которые выкапывали ямки в песке, а в качестве фишек использовали зерна или камешки.

Со временем игры семейства манкала становились все менее похожи друг на друга.



Сегодня под общим  
названием «манкала»

понимается ряд родственных игр с похожими характеристиками — собственно, то же самое можно сказать и об играх в карты или кости. Наиболее известными разновидностями являются следующие: авалé, вари или оуа (так манкала называют в Западной Африке и на Карибских островах), бао (в Восточной Африке), палангали (в Индии и Шри-Ланке) и сунка, чонлак или дакон (на Филиппинах, в Индонезии и на Мальдивах соответственно). И несмотря на то, что, как мы уже раньше сказали, игры манкала происходят из Африки, сегодня они распространены во всем мире; в манкала играют не только почти по всей Африке, но и во многих странах Азии и Америки, особенно на Антильских островах и в Гайяне. Расширением территории объясняется появление новых форм досок и правил игры, а также, как уже было упомянуто, изменение названий.

### «Колодцы» и зерна

Обычно в манкала играют на досках с двумя параллельными рядами лунок (также они называются «колодцами» или «домами»), хотя у племен банту традиционно используются доски с четырьмя рядами, а в Эфиопии — с тремя. В углубления помешаются фишки, которыми будет вестись игра. В прежние времена для этих целей использовались зерна, камешки или раковины морских улиток, и потому в наше время фишкам придается соответствующая форма. Самая древняя сохранившаяся доска из терракоты была найдена на острове Крит и датируется XVIII веком до н. э.

Отсутствие находок более ранних досок можно объяснить тем, что изначально лунки делались непосредственно в земле или в песке или же использовались деревянные дощечки, которые не могут храниться веками в экваториальном климате, а потому и не дошли до наших дней.

Тем не менее, в некоторых храмах Мемфиса, Фив и Луксора были обнаружены ка-

► Манкала пока еще не может сравняться по популярности с шахматами или го, тем не менее, она завоевывает все больше и большие любителей настольных стратегических игр. Правила манкала очень просты, и кто угодно может развивать свои собственные концепции игры. Возможность проверить свои математические способности есть у всех.

▼ Игры манкала дали начало разнообразным кустарным промыслам, в которых отражаются особенности различных африканских культур. Например, эта доска в форме крокодила происходит из Ганы.





▲ Скульптура из мыльного камня: два мальчика играют в одну из разновидностей манкала — айву. Это рабоча жителей Ло — рыбаккой деревушки на восточном побережье Африки, близ озера Виктория, между Танзанией, Кенией и Угандой.

менные доски для манкала; египтяне играли в эту игру еще в 1400 году до н. э., и, предположительно, первые доски использовались скорее не для игры, а для бухгалтерского учета. В эту игру играют и мужчины, и женщины, и дети. Однако обычно они садятся играть в манкала по отдельности. Так, например, на юге Индии играют только женщины. В большей части Западной Африки дети и женщины играют в облегченный вариант; в Занзибаре (Восточная Африка) играют только мужчины. В одних странах эти игры всего лишь развлечение, а в других организуют крупные серьезные турниры; даже проводят международные соревнования, где встречаются игроки с трех континентов.

### Разновидность манкала: авале

Для игры в авале необходима доска с двумя рядами по шесть «домов» в каждом. Две дополнительных лунки могут располагаться по концам доски — они нужны для хранения «съеденных» фишек. Игроки садятся с двух сторон от доски, лицом друг к другу; игроку принадлежат шесть лунок ближайшего к нему ряда. В каждый «дом» в начале игры помещаются четыре фишк (или, иначе, зерна), то есть всего 48 зерен.



Игроки ходят по очереди, и каждый из ходов состоит из одного посева зерен и захвата зерен соперника. Победителем считается тот игрок, который к концу игры захватит большее количество зерен. Эти посевы и захваты подчиняются следующим правилам.

### Посев

1) Во время своего хода игрок должен выбрать зерна из какого-либо «колодца» в своем ряду и «посеять» их по одному в лунку против часовой стрелки. Например, ход игрока в следующей ситуации:



Он может выбрать для посева четвертый «дом» (где находятся семь зерен), так что в конце хода ситуация выглядит так:



2) Если на момент посева в выбранной лунке есть достаточное количество зерен для того, чтобы пройти полный круг по доске (минимум 12), то, подойдя к родному «колодцу», мы его пропускаем и продолжаем посев в следующее углубление. Таким образом, например, посев зерен из пятого «дома»



дает в итоге:



3) Если подошла наша очередь посева, а у соперника нет ни одного зерна на поле, то мы должны



сделать так, чтобы появилось хотя бы одно зерно. Поэтому:



обязательно посадить в шестую лунку:



### Захват

Каждый раз, когда последнее зерно попадает в лунку противника, где уже есть одна или две фишки, мы захватываем те, что там есть, и ту, которую мы только что туда положили (всего две или три, в зависимости от случая). Партия:



После посева:



После захвата (два зерна):



Произведя захват по предыдущему правилу, посмотрим на лунку, находящуюся перед захваченным «домом». Если она тоже принадлежит противнику и в ней есть два или три зерна, то мы также совершаляем захват. Затем переходим к предшествующей лунке. И так до того момента, пока мы не вернемся к собственной части поля или количество зерен в «колодце» противника не окажется отличным от двух или трех штук. Ситуация:



После посева:



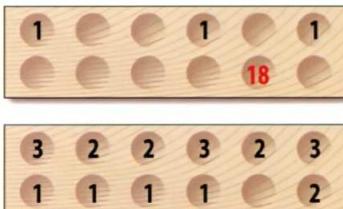
▼ Составляющие манкала, помимо функционального значения для игры, обладают также и художественной ценностью. Эта картина представляет собой коллаж из различных элементов игры.



После захвата (8 зерен):



Игрок не может совершать посев, если этим он оставляет соперника без зерен. Если речь идет о единственном возможном ходе, или произошла ошибка, то прекращается посев зерен, но не захват:



### Окончание игры

Когда происходит что-то из нижеперечисленного, игра заканчивается и производится подсчет зерен:

- 1) На поле одного из игроков не осталось зерен, а его соперник никоим образом не может их ему отдать. Такая ситуация называется «голод». В этом случае противник остается со всеми зернами.



- 2) Осталось очень мало зерен, и игра входит в замкнутый цикл (несколько раз подряд через какое-то количество конов повторяется одна и та же ситуация). Каждый игрок остается с зернами со своего поля.



- 3) Игрок выходит из игры, потому что его соперник собрал более 24 семян.

### Стратегии авале

Выигрыш в авале в значительной степени зависит от продуманности стратегических решений. При наличии достаточно мощной базы данных найти хороший ход можно в любой момент игры, но на официальных соревнованиях нельзя использовать никакую вычислительную технику, и каждый игрок может рассчитывать только на себя, что моментально демонстрирует



предел его возможностей счета. На помощь приходят проработанные стратегии, помогающие выявить выгодные и невыгодные ходы в определенных типичных условиях. Стать опытным игроком — значит научиться узнавать определенные ситуации, давать точные оценки позиций и уметь применять к ним соответствующие стратегии. В авале, как и в шахматах, есть стратегии открытия, миттельшпиль и эндшпиль.

Не рекомендуется в начале игры разыгрывать «колодцы», идущие друг за другом подряд. Например, можно использовать лунки 6-2-4 (числа указывают на «дом», который вводится в игру; счет идет слева направо), 2-4-6 или 5-3-1, но не 1-2-3 или 2-1-3. Несоблюдение этого правила приводит к многочисленным захватам, которые производятся в пустых «колодцах», идущих подряд.



Стратегия атаки в миттельшпиль заключается в накоплении достаточного количества зерен в каком-либо «колодце» на своем поле, чтобы иметь возможность достать уязвимые «дома» противника. Иногда защитная стратегия базируется на частичном захвате во избежание многочисленных захватов — таким образом можно деактивировать какой-либо агрессивный «дом» противника. Основная стратегия авале называется «крю» (происходит от африканского слова, означающего «накопление»). Она состоит в том, чтобы накопить на собственной территории достаточно большое количество зерен и пройти полный круг по доске. Когда на поле противника много пустых лунок, «крю» может



быть особенно разрушителен. Во время первого раунда «крю» сеют зерна в пустых «колодцах» (или в «колодцах» с одним зерном), а во втором раунде собирают урожай. Исходное положение:



После посева:



Страна, реализовавшая «крю», захватывает 10 зерен:



▲ В различных деревнях в районах распространения манкала фишки для игры выбирались в зависимости от условий окружающей среды. Это могли быть зерна, бобы, камешки или раковины каури.

Как мы видим, единственный «дом» противника, устоявший во время второй атаки «крю», — это верхняя лунка справа (лунка 1 верхнего игрока), где изначально было два зерна. Стратегия защиты от «крю» заключается именно в том, чтобы собрать по два зерна в «колодцах», находящихся в зоне поражения, и таким образом расстроить атаку. В конце игры, когда остается мало зерен, применяется еще одна стратегия — расстановка ловушек. Она заключается в том, чтобы дать одно зерно противнику, у которого уже ничего не осталось, и сделать это так, чтобы у противника не было иного выбора, кроме как разыграть его в нужной нам ячейке.

## Полное решение для сложной игры

Так же, как шахматы и го, игры семейства манкала относятся к числу антигонистических игр, или игр с нулевой суммой. Это означает, что выигрыши игроков противоположны. Как и в шахматах, в манкала игрок обладает всей полнотой информации: в игре нет ни одного скрытого или зависящего от удачи момента. Речь идет о типичных стратегических играх, где все зависит от аналитических способностей и мудрости. Значительный прогресс был достигнут в области информатики — всем известно, что современные шахматные программы сравнялись или даже преувеличили по сообразительности лучших игроков.

Без сомнения, наши знания о шахматах до сих пор неполны. Правда ли, что белые начинают и выигрывают? Существует ли оптимальная стратегия, которая позволила бы первому игроку выиграть при любых обстоятельствах?

В случае с авале на эти вопросы уже есть ответ. В 2002 году голландские исследователи пришли к выводу, что если игроки будут сеять, основываясь на выборе наилучшего хода, то игра планомерно закончится вничью. Чтобы закончить этот расчет, сделали суперкомпьютер, состоящий из 72 персональных компьютеров, каждый из которых был оборудован процессором Pentium III мощностью в 1 ГГц. Потребовалось более двух суток непрерывной работы, чтобы эта сеть из мощных



компьютеров полностью закончила расчеты. Посмотрим на результат эксперимента: количество возможных позиций равно 889 063 398 406, то есть почти 900 млрд. вариантов. Результаты доступны в интернете, и читатель сможет сразиться с компьютером, хотя тут необходимо знать, что если играть против наивысшего уровня программы, то шансы выиграть нравны нулю.



13

# Пропустили выпуск любимой коллекции?



Просто закажите его  
на сайте [www.deagostini.ru](http://www.deagostini.ru)

Для украинских читателей:

заказ возможен на сайте [www.deagostini.ua](http://www.deagostini.ua) или по телефону горячей линии 0-800-500-8-40

*В следующем выпуске через 2 недели*

**Пятнашки 16**



*Статистика*

*От пересчета к вероятностям*

*«Отец» компьютеров  
Чарльз Бэббидж*

*Сферические треугольники*

*Когда прямые искривляются*

*Спрашивайте  
в киосках!*

*Лучшее от Сэма Лойда  
Человеческие задачки*